

MODÉLISATION INTERACTIVE D'UN CONTOUR FERMÉ DÉFORMABLE

Claudia Bonciu, Jacques Thiel, Christophe Léger

LESI et GdR/PRC ISIS, ESPEO, Université d'Orléans
12, rue de Blois - BP 6744 - 45067 Orléans cedex 2
Email : [bonciu][thiel][leger]@lesi.univ-orleans.fr

RÉSUMÉ : Cette communication présente une méthode d'approximation d'un contour fermé basée sur un modèle de contour déformable. Le contour recherché sur l'image doit être tel qu'il existe une origine interne à partir de laquelle le développement polaire peut être réalisé sans multivaluation. Cette méthode est mise en oeuvre en deux étapes : initialisation et déformation. L'initialisation consiste à déterminer les paramètres du contour initial à partir des données fournies par un algorithme de segmentation automatique ou par un tracé manuel. Ce premier contour est alors échantillonné de façon optimale, relativement à la précision requise, en utilisant un algorithme itératif basé sur l'interpolation de Shannon circulaire. Une méthode originale de déformation interactive par secteurs angulaires permet de modifier les paramètres du modèle par ajustements successifs du contour échantillonné. A l'intérieur d'un secteur, les échantillons sont déplacés radialement, selon des fenêtres de pondération afin de minimiser les ondulations du nouveau contour continu courant déduit de tous les échantillons par interpolation de Shannon circulaire.

Mots clés : Analyse d'image - Détection - Modélisation - Contour - Shannon - Echographie.

1. INTRODUCTION

Cette communication propose une méthode de modélisation et ajustement interactif d'un contour fermé déformable. Les résultats obtenus sont probants pour tout contour dont la forme est telle qu'il existe au moins une origine interne à partir de laquelle tout rayon ne le coupe qu'en un seul point. On peut alors lui associer une origine centrale qui est définie comme le centre du plus grand cercle d'approximation au sens des moindres carrés. La méthode utilisée consiste à modéliser par un contour continu un ensemble initial quelconque de points, puis à ajuster les paramètres du modèle par déformations successives du contour continu jusqu'à obtention du contour recherché sur

image. La première étape, de modélisation, consiste à caractériser le contour initial par un nombre minimum de paramètres, ce qui correspond à une compression des données de départ. Ces paramètres sont les coordonnées de l'origine centrale du contour ainsi que certains coefficients de Fourier de son développement polaire. Ce contour initial est ensuite déformé interactivement pour obtenir le contour recherché sur image. Les déformations sont introduites localement avec la souris de l'ordinateur, ou tout autre périphériques équivalent, puis propagées au voisinage pour que le contour continu reste conforme au modèle initial.

Tant au niveau des principes qu'à celui de la mise en oeuvre, la méthode proposée exploite plusieurs propriétés de l'interpolation de Shannon dans le cas d'un échantillonnage périodique. Ces propriétés, ainsi qu'un algorithme itératif de détermination des paramètres d'un contour avec une précision fixée, sont exposés dans la section 2. La section 3 présente la technique de déformation radiale d'un contour sans introduire d'oscillations qui seraient incompatibles avec un degré de lissage imposé. Les résultats sur des images réelles sont discutés en section 4.

2. MODÉLISATION DU CONTOUR

Soit un contour fermé convexe et $\rho(\theta)$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$, son développement polaire à partir d'une origine interne. Par périodisation- 2π , on génère une fonction $\rho_*(\theta)$ continue positive périodique- 2π dont les coefficients de Fourier $\{C_n\}$ sont en nombre limité, que nous notons M . L'échantillonnage idéal génère $N = 2(M-1)$ échantillons angulairement équirépartis sur le contour, soit $\{\rho_n = \rho(n\Delta\theta)\}$ avec $0 \leq n \leq N-1$ et $\Delta\theta = 2\pi/N$ [1]-[3]. La fonction $\rho_*(\theta)$ est exactement restituée par interpolation de Shannon entre ces N échantillons [4] :

$$\rho_*(\theta, N) = \sum_{n=0}^{N-1} \rho_n w(\theta, n, N), \quad (1)$$

avec

$$w(\theta, n, N) = \frac{(-1)^n \sin(N\frac{\theta}{2})}{N \mathcal{F}_N(\frac{\theta}{2} - \pi \frac{n}{N})} \quad (2)$$

où $\mathcal{F}_N(\cdot) = \tan(\cdot)$ si N pair et $\mathcal{F}_N(\cdot) = \sin(\cdot)$ si N impair. L'interpolation de Shannon circulaire ainsi mise à jour facilite, entre autres, l'étude de l'erreur d'interpolation commise lors d'un sous-échantillonnage. Si le contour est échantillonné avec $K < N$ échantillons angulairement équirépartis, on obtient un contour $\rho_K(\theta)$ par interpolation de Shannon circulaire entre ces K échantillons en remplaçant N par K dans (1) et en se limitant à l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Ce contour $\rho_K(\theta)$ ne coïncide avec $\rho(\theta)$ qu'aux K échantillons qui sont des points d'intersection ou de tangence des deux contours. La fonction d'erreur d'interpolation est donc quasi-périodique de pseudo-période $4\pi/K$ avec des extrema d'amplitude aux voisinages des milieux des intervalles d'échantillonnage. Ceux-ci étant définis par $\theta = (k + \frac{1}{2})\Delta\theta$, $0 \leq k \leq K-1$, une estimation de l'erreur d'interpolation précédemment définie comme l'écart maximum, en valeur relative absolue, est :

$$\epsilon(K) = \max_k \left| 1 - \frac{\rho_K[(k + \frac{1}{2})\Delta\theta]}{\rho[(k + \frac{1}{2})\Delta\theta]} \right| \quad (3)$$

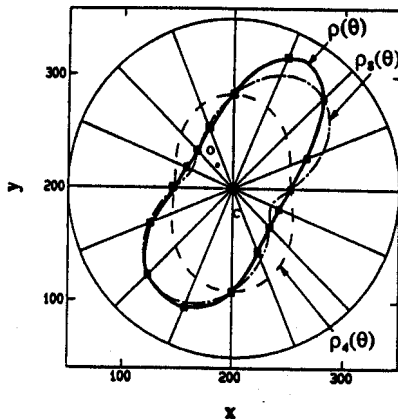


Fig. 1a : Contour synthétique $\rho(\theta)$ et contours $\rho_4(\theta)$ et $\rho_8(\theta)$ obtenus par sous-échantillonnage (respectivement à 4 et 8 échantillons) de $\rho(\theta)$.

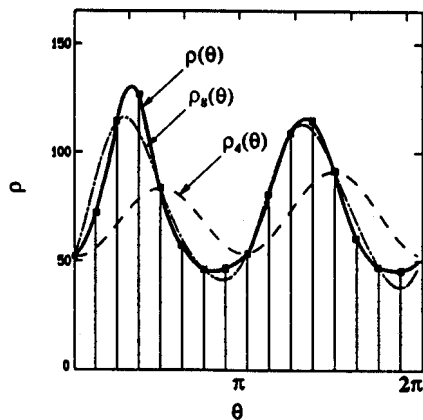


Fig. 1b : Développements polaires des contours $\rho(\theta)$, $\rho_4(\theta)$ et $\rho_8(\theta)$.

A titre d'illustration, considérons le contour synthétique de la figure 1 caractérisé par seulement 9 coefficients de Fourier (1.0, 0.0, $0.2e^{i2\pi/3}$, $0.02e^{i\pi}$, $0.06e^{i4\pi/3}$, $0.02e^{i2\pi}$, 0.01, $0.01e^{i\pi/3}$ et $0.01e^{i2\pi/3}$) conjointement avec son développement polaire autour de l'origine C. L'échantillonnage idéal est obtenu avec 16 échantillons angulairement équirépartis : $\epsilon(16)=0$.

La figure 2 montre comment varie l'erreur d'interpolation $\epsilon_c(K)$ lorsque le nombre K d'échantillons diminue. D'autre part, pour illustrer le caractère oscillatoire de l'erreur d'interpolation, les contours $\rho_4(\theta)$ et $\rho_8(\theta)$ sont représentés sur la figure 1 en trait tireté et mixte, respectivement. Cette méthode d'interpolation permet donc de quantifier l'erreur d'échantillonnage et, par là même, de déterminer le nombre d'échantillons nécessaires pour que cette erreur soit inférieure à une valeur fixée.

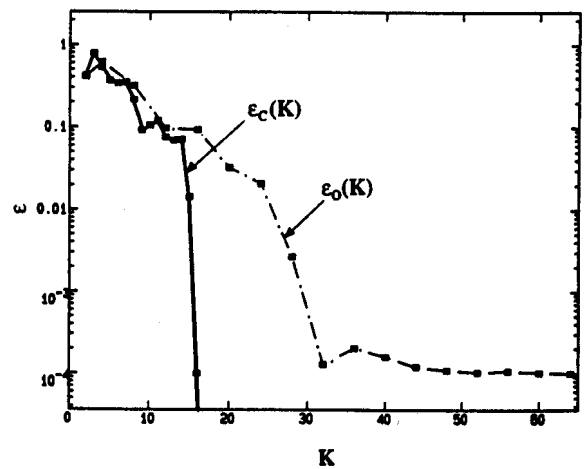


Fig. 2 : Variation de l'erreur d'interpolation $\epsilon_c(K)$ en fonction du nombre d'échantillons K pour le contour synthétique de la figure 1 à partir des origines O et C.

L'erreur d'interpolation dépend des valeurs numériques de tous les échantillons et de l'origine interne choisie, ce qui ramène à un problème d'optimisation qui ne peut être résolu que numériquement dans le cas général. En particulier, à chaque contour est associée une origine centrale C qui est le centre du plus grand cercle de meilleure approximation du contour au sens des moindres carrés. Sur notre exemple du contour de la figure 1, elle est en C car il a été démontré [5], [6] que l'origine centrale correspondait à l'annulation du coefficient de Fourier au premier harmonique. Elle conduit à une erreur d'échantillonnage $\epsilon_c(K)$ inférieure à l'erreur $\epsilon_o(K)$ obtenue avec une origine quelconque O, comme indiqué sur la figure 2. Par ailleurs, nous avons vérifié numériquement que l'erreur d'interpolation était d'autant plus faible que l'on se rapprochait de l'origine centrale.

A partir de ces considérations théoriques, l'algorithme de modélisation est mis en oeuvre en plusieurs étapes. Cet algorithme permet d'obtenir un modèle de contour à partir d'un ensemble de points fournis par une segmentation automatique ou manuelle [7]-[11]. L'ensemble des pixels

de départ est défini par son centre d'inertie et des doublets (ρ_i^s, θ_i) où les ρ_i^s sont les rayons vecteurs des points relativement au centre d'inertie et les θ_i sont les angles de ces rayons avec une direction fixée. Supposant que ces points sont disposés aléatoirement autour du contour initial continu voulu $p(\theta)$ selon une distribution radiale gaussienne $N(0, \sigma_p)$, nous déduisons un premier échantillonnage optimal $\{\rho_i = p(\theta_i)\}$ de ce contour $p(\theta)$ par extension au cas discret d'une méthode de lissage moindres carrés (MC) glissant proposée par Papoulis [12] dans le cas continu. Nous obtenons un premier échantillonnage formé d'estimations optimales du contour initial aux angles $\{\theta_i\}$ considérés. Un contour continu initial est ensuite construit par interpolation sur cet échantillonnage irrégulier ; la méthode des splines cubiques est utilisée en choisissant pour échantillon à dérivée seconde nulle celui pour lequel la dérivée seconde estimée $\hat{\rho}_i''$ est la plus petite en valeur absolue. Ce contour est ensuite échantillonné de façon optimale relativement à une erreur fixée, en utilisant un algorithme itératif basé sur l'interpolation de Shannon circulaire.

Un contour continu sera finalement caractérisé par les coordonnées de son origine centrale et M coefficients de Fourier complexes (sauf le premier et le dernier qui sont réels et C1 qui est nul) ou, de manière équivalente, par $N=2(M-1)$ échantillons équirépartis sur le contour.

3. DÉFORMATION DU CONTOUR

La deuxième partie de la méthode proposée consiste à déformer par secteur le contour obtenu précédemment jusqu'à ce qu'il corresponde partout au contour recherché sur l'image. Partant du contour initial, le contour courant est modifié en plusieurs étapes, par déplacements radiaux d'un ou plusieurs échantillons voisins relativement à l'origine centrale qui est elle-même repositionnée à chaque fois. Après modification d'un secteur angulaire, le nouvel échantillonnage définit un contour interpolé qui, à l'extérieur du secteur modifié, oscille autour du contour avant modification.

Le déplacement radial de K échantillons dans un secteur angulaire définit un nouveau contour $\rho'_{i,i+1,\dots,i+K-1}(\theta)$ qui diffère du contour courant $p(\theta)$ de :

$$\epsilon_{i,i+1,\dots,i+K-1}(\theta) = \sum_{k=0}^{K-1} \Delta \rho_k w(\theta, k, N) \quad (4)$$

Les déplacements relatifs optimaux $\{\Delta \rho_k\}$ de ces échantillons ont été calculés séparément pour minimiser les oscillations, ce qui définit un ensemble de fenêtres de pondération, de longueurs différentes. Les résultats de ces calculs d'optimisation sont illustrés graphiquement sur la figure 3 dans le cas asymptotique N infini. Pour faciliter les comparaisons, nous avons reporté sur cette figure à ordonnée logarithmique les fonctions réduites $\Delta_K(\theta) = |\epsilon_{i,i+1,\dots,i+K-1}(\theta - \theta_{\max})| / \Delta \rho_{\max}$ où $\Delta \rho_{\max}$ est le plus grand écart entre les deux contours, à l'angle $\theta_{\max} = (i + (K-1)/2)\Delta\theta$. Les échantillons déplacés sont localisés sur ces courbes par des carrés. Les valeurs relatives de ces déplacements radiaux définissent autant de fenêtres de pondération optimales pour réduire et égaliser les oscillations en dehors de ces fenêtres. Toutes ces valeurs numériques sont peu changées si on ne considère plus le cas asymptotique N infini et nous avons vérifié que les différences sont toujours inférieures à 5% dès que N est supérieur à 16. C'est pourquoi ces fenêtres de pondération peuvent être utilisées pour déformer un contour quel que soit le nombre N d'échantillons.

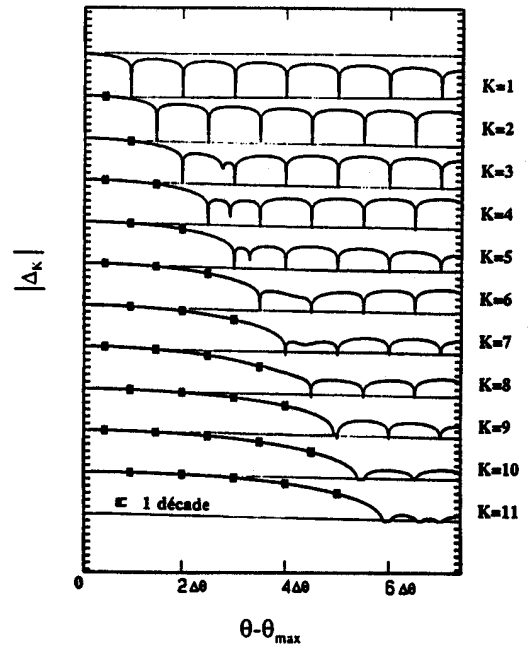


Fig. 3 : Fonctions réduites
 $\Delta_K(\theta) = |\epsilon_{i,i+1,\dots,i+K-1}(\theta - \theta_{\max})| / \Delta \rho_{\max}$

Les résultats de ces calculs d'optimisation sont illustrés graphiquement sur la figure 3 dans le cas asymptotique N infini. Pour faciliter les comparaisons, nous avons reporté sur cette figure à ordonnée logarithmique les fonctions réduites $\Delta_K(\theta) = |\epsilon_{i,i+1,\dots,i+K-1}(\theta - \theta_{\max})| / \Delta \rho_{\max}$ où $\Delta \rho_{\max}$ est le plus grand écart entre les deux contours, à l'angle $\theta_{\max} = (i + (K-1)/2)\Delta\theta$. Les échantillons déplacés sont localisés sur ces courbes par des carrés. Les valeurs relatives de ces déplacements radiaux définissent autant de fenêtres de pondération optimales pour réduire et égaliser les oscillations en dehors de ces fenêtres. Toutes ces valeurs numériques sont peu changées si on ne considère plus le cas asymptotique N infini et nous avons vérifié que les différences sont toujours inférieures à 5% dès que N est supérieur à 16. C'est pourquoi ces fenêtres de pondération peuvent être utilisées pour déformer un contour quel que soit le nombre N d'échantillons.

4. APPLICATION

La méthode a été utilisée pour segmenter interactivement plusieurs séquences d'images échocardiographiques apicales du ventricule gauche. L'initialisation du processus de segmentation a été réalisée, pour la première image de la séquence, par un contour tracé par un expert avec la souris de l'ordinateur. Après lissage, ce contour a été échantillonné avec une précision de 1%, ce qui a permis de déterminer le nombre de paramètres du modèle. Ce contour initial a ensuite été affiné, par l'expert lui-même, pour obtenir une description précise du contour recherché sur l'image. Pour toutes les autres images de la séquence, le contour courant a été déterminé par déformation interactive du contour précédent, selon la

technique présentée en section 3. Ainsi, le suivi d'un modèle déformable de contour dans la séquence temporelle a permis d'intégrer, d'une part, des informations *a priori* (critères propres de l'expert) et, d'autre part, les contraintes d'élasticité et de rigidité imposées par le modèle utilisé.

Le logiciel qui réalise le tracé interactif des contours sur image a une interface utilisateur conçue pour obtenir des tracés rapides et précis. La figure 4 est une copie d'écran qui reproduit cet interface avec une station IBM RISC 6000 (résolution 1280 x 1024). L'image à segmenter est affichée dans une zone carrée de largeur 512 pixels. Dans la partie droite est affiché un agrandissement carré, dans un rapport entier, de la zone de contour en cours de déformation. La première option du menu est la sélection de l'image par lecture d'un fichier. La seconde permet d'obtenir un tracé initial en déplaçant le curseur présent sur image, le long de la cavité ventriculaire. Lorsque ce tracé initial est validé, une troisième option permet d'activer les calculs de lissage et d'échantillonnage. Le résultat de cette première étape est superposé sur l'image initiale sous forme d'un contour lissé. La seconde étape, de déformation, permet de modifier ce contour lissé jusqu'à ce qu'il corresponde partout au contour recherché. La correspondance peut être observée finement dans la fenêtre d'agrandissement où il est possible de réaliser des traitements point à point tels que : compression, dilatation et/ou translation d'histogramme. Lorsque le contour final est obtenu par déformations successives, le résultat est validé puis enregistré dans un fichier.



Fig. 4 : Interface utilisateur du logiciel de segmentation interactive.

5. CONCLUSION

Nous avons présenté une nouvelle méthode de segmentation interactive pour matérialiser un motif observé *de visu* sur une image. Cette méthode est mise en oeuvre en deux étapes : initialisation, déformation.

L'initialisation consiste à extraire d'un ensemble quelconque de points en bordure du motif les paramètres du contour initial. Ces points initiaux peuvent être les pixels fournis par un algorithme de détection de contour sur image, ou par un tracé manuel. Les opérations de lissage puis d'échantillonnage, toutes deux optimales, réalisent une compression d'information qui se traduit par un nombre minimum de paramètres.

Sans changer ce nombre de paramètres, le contour

est ensuite déformé par touches successives pour le faire coïncider partout avec le contour réel recherché. Chaque déformation définit un nouveau contour courant qui diffère du précédent principalement dans un secteur car, en dehors de ce secteur, les ondulations du nouveau contour autour de l'ancien sont minimisées grâce à l'utilisation des fenêtres de pondération.

La méthode proposée est basée sur un nouveau modèle de contour déformable. Le temps de calcul et le nombre de paramètres du modèle sont étroitement liés au degré de régularité du contour à extraire et à la précision requise.

RÉFÉRENCES

- [1] A.J. Jerri, "The Shannon Sampling Theorem - Its Various Extensions and Applications : A tutorial Review", *Proceedings of the IEEE*, vol. 65, n° 11, 1977.
- [2] P.L. Butzer, "A survey of the Whittaker-Shannon sampling theorem and some of its extensions", *J. Math. Res. Exposition*, n° 3, p. 185-212, 1983.
- [3] M.Z. Nashed, G.G. Walter, "General Sampling Theorems for Functions in Reproducing Kernel Spaces", *Mathematics of Control, Signal, and Systems*, n° 4, p. 363-390, 1991.
- [4] T. Schanze, "Sinc Interpolation of Discrete Periodic Signals", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, n° 6, June 1995.
- [5] C. Léger, J. Thiel, C. Bonciu, R. Lédée, J. Fantini, G. Lamarque, "Caractérisation d'une Surface Fermée Convexe par Interpolation de Shannon Circulaire", 4^{èmes} Journées ORASIS, p. 178-181, Mulhouse 11-14 Octobre 1993.
- [6] R. Lédée, C. Léger, J. Thiel, J. Fantini, G. Lamarque, C. Bonciu, J.M. Pottier., C. Marchal, "Restitution Volumique du Ventricle Gauche par Sonde Echocardiographique 2D Tournante", *Rev. Innovation et Technologie en Biologie et Médecine*, vol. 15, n° 4, p. 403-418, 1994.
- [7] M. Etoh, Y. Shirai, M. Asada, "Active Contour Extraction Based on Region Descriptions Obtained from Clustering", *Systems and Computer in Japan*, vol. 24, n° 1, 1993.
- [8] N. Ueda, K. Mase, Y. Suenaga, "A Contour Tracking Method Using An Elastic Contour Model and An Energy-Minimisation Approach", *Systems and Computers in Japan*, vol. 24, n° 8, 1993.
- [9] I. J. Cox, J. Rehg, S. Hingorani, "A Bayesian Multiple-Hypothesis Approach to Edge Grouping and Contour Segmentation", *International Journal of Computers Vision*, vol. 11, n° 1, 1993.
- [10] T. Nishimura, T. Fujimoto, "Fast Contour Line Extraction Algorithm with Selective Thresholding According to Line Continuity", *Systems and Computers in Japan*, vol. 25, n° 3, 1994.
- [11] J.P. Cocquerez, S. Philip, "Analyse d'Images : Filtrage et Segmentation", ISBN 2-225-84923-4, 1995.
- [12] A. Papoulis, "Signal Analysis", McGraw-Hill Inc, p. 329-334, ISBN 0-07-048460-0, 1977.